

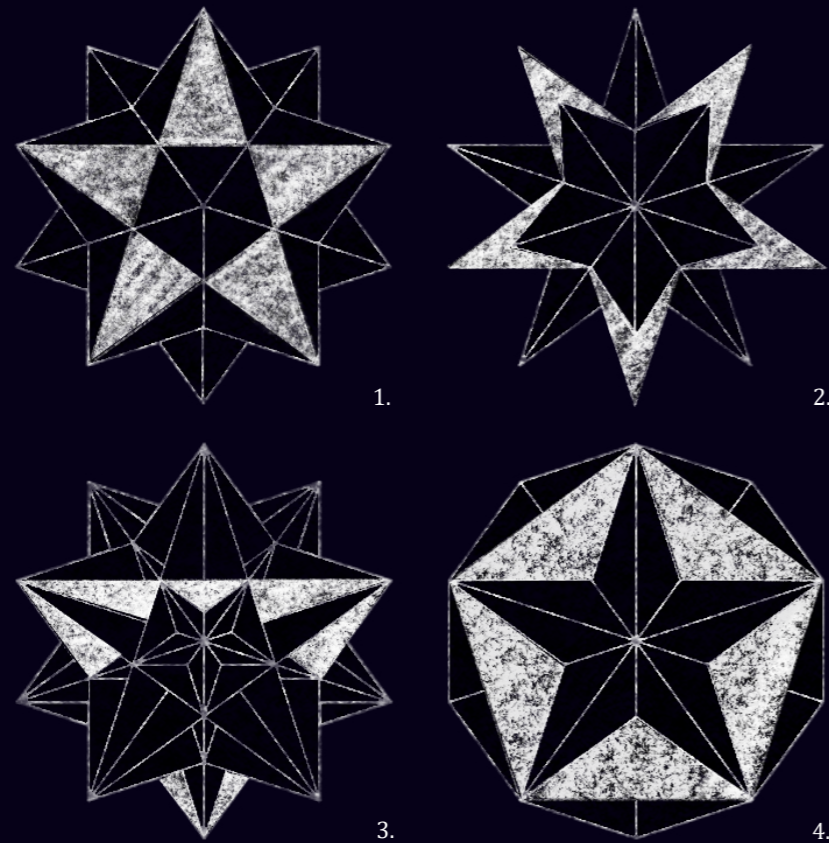
QED

REVISTA MATEMÁTICA

N°2

04/23





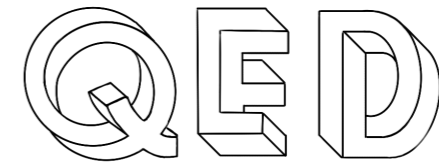
SOBRE LA PORTADA

Los sólidos de Kepler-Poinsot

Aunque ya existían anteriores ilustraciones del pequeño dodecaedro estrellado (1) y del gran dodecaedro estrellado (2), el astrónomo alemán Kepler fue el primero en reconocerlos como poliedros regulares en 1619. Dos siglos después, el físico francés Poinsot descubrió el gran icosaedro (3) y el gran dodecaedro (4), y tan solo tres años más tarde, Cauchy demostró que eran los únicos poliedros que se podían catalogar como poliedros regulares cóncavos.

Un poliedro regular es un cuerpo geométrico cuyas caras son polígonos regulares iguales. Desde la Antigüedad, se conocen cinco que cumplan estas características: los sólidos platónicos, denominados así en honor a Platón, que tal fue su fascinación por la geometría escondida en estos poliedros que los asoció con elementos de la naturaleza: el tetraedro con el fuego, el cubo con la tierra, el octaedro con el aire, el dodecaedro con el universo y el icosaedro con el agua. Los poliedros de Kepler-Poinsot difieren de los platónicos en su convexidad: si unimos dos vértices cualesquiera no consecutivos por una recta, esta no necesariamente queda dentro del volumen del sólido. Es por esto que los poliedros regulares se dividen en convexos (platónicos) y no convexos (de Kepler-Poinsot). Estos últimos tienen otra característica peculiar. Sus caras se consideran aquellas superficies del sólido que están en un mismo plano, como se muestra coloreado en la figura. Las caras del gran icosaedro (3) son triángulos equiláteros; las del gran dodecaedro (4), pentágonos; y las de los estrellados (1 y 2), pentágonos estrellados.

Esta portada, una composición geométrica de poliedros que danzan en el espacio rodeados de estrellas, es un homenaje a los sólidos de Kepler y a su más notable contribución a la ciencia: las leyes que describen el movimiento de los planetas alrededor del Sol.



ASOCIACIÓN ■

QED es una asociación que surge como iniciativa de los estudiantes de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid. Esta asociación pretende acercar las Matemáticas al resto de estudiantes de la Facultad de Ciencias a través de diversas actividades.

Como parte de estas actividades se elabora la Revista QED, en la que se incluyen artículos divulgativos, fragmentos de historia de las Matemáticas, acertijos, problemas, y mucho más.

■ NUESTRO NOMBRE

Quod erat demonstrandum, abreviado como QED, es una locución latina que significa 'lo que se quería demostrar'. Tiene su origen en la frase griega ὅπερ ἔδει δεῖξαι (hóper édei deíxai), que usaban muchos matemáticos antiguos, incluidos Euclides y Arquímedes, al final de las demostraciones para señalar que habían alcanzado el resultado requerido para la prueba.

Hoy en día, el uso de las siglas QED es cada vez menos frecuente, y en la mayoría de las situaciones se ve sustituido por símbolos, como el cuadrado relleno (■).

ENCUÉNTRANOS EN ■

Portal Web
(<http://matematicas.uam.es/~qed/>)

Instagram (@qed_uam)

Twitter (@qed_uam)

■ ARTÍCULOS

- 6 Tres, dos, uno... ¿cero?**
Uno de los aspectos más importantes de las matemáticas que usamos a diario pasa a menudo desapercibido: el sistema de numeración decimal. El 100, el 10, el 0... parece que han estado siempre ahí. ¿Pero es esto una realidad o simplemente nuestra percepción?
- 14 La matemática en la fotografía: los números f**
Todos alguna vez hemos tenido en nuestras manos una cámara de fotos, pero ¿cuánto sabemos acerca de sus entresijos? ¿Qué relación existe entre las matemáticas y la fotografía?
- 18 Cerca de la esfera**
De pájaros y corredores a bolas, cristales y burbujas de jabón: un mundo dominado por la estabilidad.
- 26 Matemáticas de bolsillo: una breve introducción a tu teléfono móvil**
A las matemáticas les encanta jugar al escondite. Allá donde parecen no tener cabida, resultan ser la pieza que completa el puzzle. Este es el caso de las curvas elípticas, que entre otras cosas, se ocultan tras tus mensajes de WhatsApp.
- 34 El problema de Regiomontano**
La curiosa solución de Regiomontano al problema de dónde colocarse en una galería de arte para observar una obra colgada en lo alto.
- 39 Reflexionar y rotar**
¿Qué es un grupo algebraico? ¿Podemos hacer operaciones con las simetrías de un cuadrado? Descubre cómo, partiendo de un ejemplo sencillo, se puede llegar a estudiar la geometría del amoníaco o la difracción de rayos X en cristales.

■ HABLAMOS CON...

- 42 Juan Mayorga**
Juan Mayorga, la cara de la revolución teatral española, nos cuenta cómo la Filosofía, la docencia y la creatividad encuentran su sitio en las Matemáticas y el Teatro.

■ MATEMÁTICA RECREATIVA

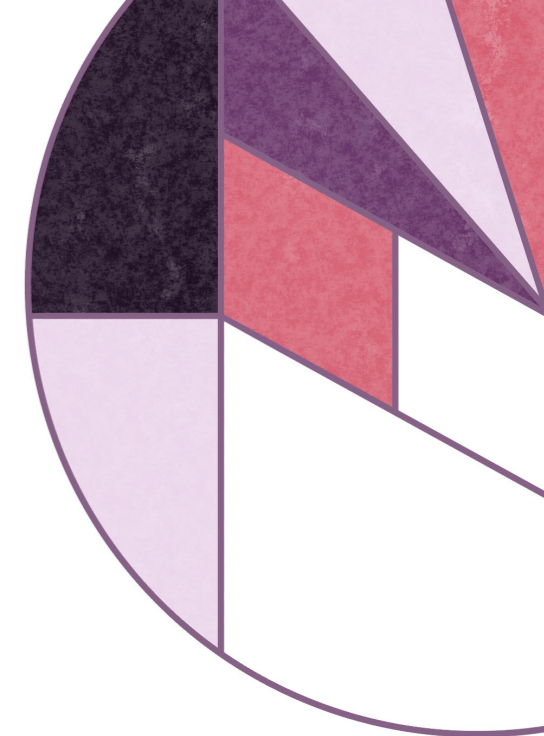
- 48 Un método nunca visto para obtener la fórmula de segundo grado**
En matemáticas, raro es cuando un resultado no tiene más de una demostración. En este pequeño artículo se presenta una de estas alternativas para llegar a una de las fórmulas más memorables.
- 50 Acertijos**
Para resolver un rompecabezas, tan solo se necesita una mente ágil para saber lo que el tramposo y astuto creador del puzzle te está pidiendo.
Soluciones en la página 64

■ CULTURA

- 54 Évariste Galois**
La Francia post-revolucionaria no era el lugar más acogedor para un joven con principios políticos. Y esta fue la situación de Évariste Galois, que a pesar de vivir tan solo 21 años, fue capaz de desarrollar ideas matemáticas que perdurarían hasta nuestros días.
- 58 Reseña literaria: *Contacto* de Carl Sagan**
En esta novela de Carl Sagan, un argumento de ciencia ficción deja entrever una serie de paralelismos que revelan una conexión muy estrecha entre matemáticas y religión.

■ ACTUALIDAD

- 60 Noticiero: Segunda mujer medallista Fields**
Nuestro breve periódico de actualidad matemática. Conoce a los últimos medallistas Fields, sus historias y logros, además de acercarte a temas de investigación actual.
- 62 Rincón de matemáticas**
En el recorrido de primaria a la universidad, las Matemáticas frecuentemente se vuelven algo mecánico, tedioso y hasta odioso. Pero existen sitios donde se busca retomar el pensamiento, razonamiento y belleza de las Matemáticas. Conoce estos sitios en esta sección.



Historia de las Matemáticas

Tres, dos, uno... ¿cero?

Uno de los aspectos más importantes de las matemáticas que usamos a diario pasa a menudo desapercibido: el sistema de numeración decimal. El 100, el 10, el 0... parece que han estado siempre ahí. ¿Pero es esto una realidad o simplemente nuestra percepción?

Por Alba Dolores García Ruiz, investigadora predoctoral en el ICMAT

Como si de un *clickbait* se tratara podría empezar este artículo diciendo que vamos a hablar de "lo que nunca te contaron en clase de historia", y tiene cierto sentido esta acusación. En el temario de la E.S.O. se dedica un tiempo a estudiar el origen de la escritura y su fascinante influencia en nuestra sociedad actual, dejando de lado otro descubrimiento igual o más importante: el inicio de la numeración. Contar. Tan simple y esencial como eso.

Desde los albores de la raza humana los hombres han tenido de alguna manera la idea de número y han usado diferentes sistemas de signos para representar cantidades. Esto es lo que hoy conocemos como un sistema de numeración o conteo. La necesidad de medir el paso del tiempo y de llevar un registro de las cosechas, el ganado, las transacciones comerciales y las conquistas de guerra fueron los impulsores para el desarrollo de esta idea. Los métodos más antiguos que se conocen se basan en un sistema de numeración unario: para representar un número n, se elige un símbolo arbitrario, que será la única cifra que tenga dicho sistema, y se repite n veces. ¡Qué nombre tan técnico para algo tan natural! En los casos más sencillos esta técnica consistía simplemente en contar con los dedos de las manos. Si la cantidad era demasiado grande entonces se utilizaba algún objeto (por ejemplo, piedras, fichas de arcilla o piezas de cerámica) que se hacía corresponder con el conjunto de objetos que se quería cuantificar. De hecho, solían agruparse en paquetes de cinco o de diez manteniendo en cierta forma el método de los dedos.

Un ejemplo que atestigua el uso de este método en regiones como oriente próximo es el descubrimiento durante unas excavaciones arqueológicas en la región de Nuzi, situada en Irak, de un recipiente de arcilla sobre el que se había inscrito el recuento de unos animales: seis ovejas, ocho carneros, cuatro corderos, etc. Cuando se rompió el sello del recipiente aparecieron en su interior cuarenta y ocho bolitas que se correspondían con los animales de la inscripción. Los arqueólogos, tratando de interpretar el hallazgo, nos ofrecen la siguiente explicación: el dueño había escrito en la bolsa de arcilla, para su propia contabilidad, los animales que dejaba a cargo de algún pastor que posiblemente no sabía leer ni escribir y que, por tanto, llevaba la cuenta asociando una bolita a cada animal. De hecho, se cree que aún hoy puede darse esta situación en algunas tribus de África, Asia o Sudamérica. Del mismo modo se utilizaron muescas en piedras, madera o hueso. La muestra más antigua, de aproximadamente el 35.000 a.C., es el hueso de Lebombo: un peroné de babuino encontrado en las montañas de Suazilandia, al sur de África, sobre el que hay señaladas veintinueve muescas que se piensa podrían corresponder al número de piezas ca-

zadas usando ese arma. Otro ejemplar es el conocido como hueso de Ishango (zona africana situada cerca del nacimiento del río Nilo); de gran importancia pues se ha llegado a conjeturar que no solo fue utilizado como palo de conteo, sino que refleja un conocimiento matemático que va más allá.

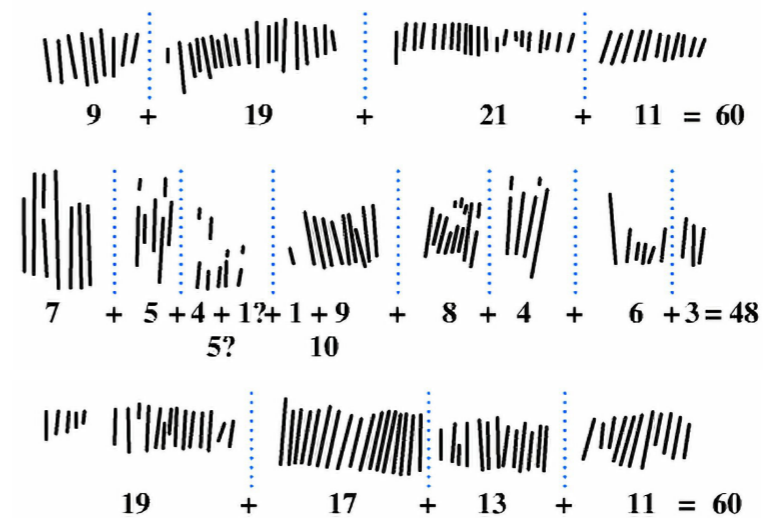


Recipiente de arcilla encontrado en Nuzi con inscripciones.

Artefacts of Cognition: the Use of Clay Tokens in a Neo-Assyrian Provincial Administration. Macginnis, Monroe, Wicke y Matney.

Paulatinamente, con el desarrollo de las primeras civilizaciones fueron surgiendo sistemas mucho más sofisticados. Entre otras características, se comenzaron a asignar signos de escritura a los números. En muchos casos, estas nuevas herramientas permitieron elaborar la aritmética y trajeron consigo un significativo avance en las matemáticas. No obstante, cada uno de estos sistemas tuvo sus propias particularidades que lo hace único e interesante. En las próximas líneas viajaremos (espacial y temporalmente) a través de algunas de estas civilizaciones para conocer brevemente cómo contaban.

No solo por su popularidad actual el Antiguo Egipto merece que comencemos por él. Los egipcios tenían dos sistemas de numeración: el jeroglífico que utilizaba, valga la redundancia, jeroglíficos y el hierático que se servía de símbolos



En la columna central podemos notar la incisión de ciertas cantidades (tres, cuatro y cinco) junto al doble de su valor. Algunos arqueólogos sostienen que este patrón sugiere algún atisbo de cálculos de multiplicación y división por dos. Pero es esencial que no olvidemos que esto no es más que una idea influida por nuestra cultura actual. ¿Quizás no estaremos viendo números donde aparece otro tipo de material simbólico solo porque deseamos que estén ahí? Deberíamos ser siempre cautos con el peso de nuestras hipótesis.

cursivos (un antepasado del llamado sistema demótico o del pueblo). En ocasiones también se representaban los números fonéticamente. El sistema jeroglífico es de base diez, aditivo pero no posicional. Dicho de manera más clara: en él existen signos para el uno, diez, cien, ..., hasta las seis primeras potencias de diez y cada número se expresa como suma de los signos que lo forman. Estos valdrán lo mismo ocupen el lugar que ocupen, pero se solían escribir de derecha a izquierda y de mayor a menor; aunque a veces se hacía en el otro sentido, por razones estéticas, y en este caso los símbolos también se dibujaban en sentido opuesto (como vistos en un espejo).

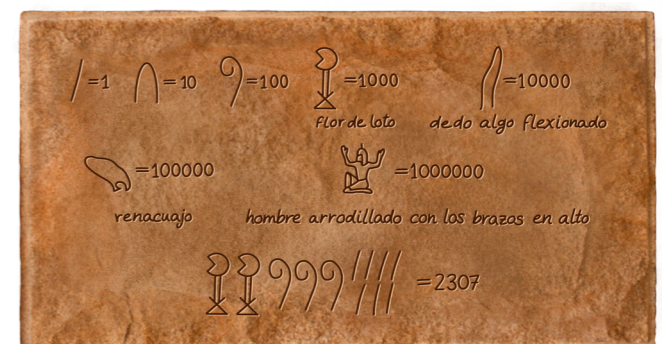
El lenguaje jeroglífico era de difícil ejecución, por lo que se limitaba en su mayoría al ámbito religioso: textos sagrados, ofrendas e invocaciones propias del culto, así como a las pirretas de los templos y tumbas o las estelas. Sin embargo, el uso administrativo común requería una mayor facilidad para realizar escritos. La utilización de papiros permitió un trazado mucho más flexible y cómodo, lo que dio paso a la escritura hierática. Dentro de ella se conformaron símbolos numéricos y un sistema que introducía algunas modificaciones del jeroglífico. Por ejemplo, para designar el cuatro se conserva la repetición de un mismo trazo cuatro veces, pero para el cinco se introduce un nuevo símbolo. Como ventaja, así se eludía el trazado exhaustivo

1		10	∧	100	—	1,000	⌒
2		20	∧∧	200	—	2,000	⌒⌒
3		30	∧∧∧	300	—	3,000	⌒⌒⌒
4		40	∧∧∧∧	400	—	4,000	⌒⌒⌒⌒
5	⌒	50	∧∧∧∧∧	500	—	5,000	⌒⌒⌒⌒⌒
6	⌒	60	∧∧∧∧∧∧	600	—	6,000	⌒⌒⌒⌒⌒⌒
7	⌒	70	∧∧∧∧∧∧∧	700	—	7,000	⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒
8	⌒	80	∧∧∧∧∧∧∧∧	800	—	8,000	⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒
9	⌒	90	∧∧∧∧∧∧∧∧∧	900	—	9,000	⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒

◀ Sistema hierático.

Obtenido del enlace siguiente: <https://observablehq.com/@tophtucker/egyptian-numerals> donde, por cierto, podemos encontrar unos diagramas interactivos muy interesantes.

▼ Sistema de numeración egipcio⁶.



Desigualdades y estabilidad

Cerca de la esfera

De pájaros y corredores a bolas, cristales y burbujas de jabón: un mundo dominado por la estabilidad.

Por Jaime Gómez, estudiante del Máster en Matemáticas en ETH Zurich

1. Introducción

Estás en el aeropuerto de camino a ver los Juegos Olímpicos de 2016 en Río de Janeiro. Pasas los controles de seguridad y decides tomar rumbo a tu puerta de embarque, pero la facturación había ido muy rápido y al leer el monitor ves que tu vuelo no tiene una asignada. Todavía tienes unos 40 minutos antes de saber a dónde tienes que ir. Con la intención de echar el rato exploras el aeropuerto, y afortunadamente ves una exposición sobre la historia del transporte aéreo. Sin nada que hacer, te animas a echarle un vistazo, al fin y al cabo queda un buen rato hasta que a tu vuelo le asignen una puerta de embarque.

La exposición comienza enumerando algunas características que todas las aves voladoras comparten: sus esqueletos son duros y huecos, tienen cola, un par de alas con una particular geometría, y más de un 15 % de su masa corporal está dedicada a los dos músculos que les permiten aletear. Los animales que no satisfacen estas características demuestran ser poco hábiles en el aire. Algunos ejemplos incluyen los manatíes, las ballenas azules, o las cabras de Manganese de la Polvorosa (Zamora). El curso de la exposición conti-



Entrevista a
**JUAN
 MAYORGA**

Por Luis Miguel Sánchez Herreros

Portada de Carla Moreno Basteiro

El pasado 14 de diciembre tuvo lugar en nuestra Facultad el homenaje al reciente Premio AlumniUAM, Juan Antonio Mayorga, el dramaturgo español vivo más influyente en los últimos años, que recientemente fue también galardonado con el Premio Princesa de Asturias de las Letras.

Juan Mayorga es director artístico del teatro La Abadía, director de la cátedra de Dramaturgia de la RESAD y sillón M de la Real Academia Española, así como doctor en Filosofía y licenciado en Matemáticas por la Universidad Autónoma de Madrid en 1988.

